



INFOMAT

Mars 2007

Kjære leser!

Dette nummeret av INFOMAT kommer noen dager senere enn opprinnelig planlagt, fordi vi gjerne ville ha med annonseringen av årets Abelprisvinner.

Valget av Srinivasa S. R. Varadhan er etter redaksjonens mening et dristig, men godt valg. Varadhan er en høyt respektert matematiker og innen sannsynlighetsteori er han den store eneren. Han er også en "ung" mann i denne sammenheng, akkurat så vidt født på 1940-tallet. Det som sikkert kan bli gjenstand for diskusjon er valget av fagområde. Noen vil kanskje mene at sannsynlighetsteori ikke er et "tungt" nok fagfelt. INFOMAT vil ikke blande seg inn i den diskusjonen, men vi tar gjerne i mot meningsytringer.

Uansett gleder vi oss til Abeldagene i mai.

hilsen Arne B.

ABELPRISEN FOR 2007 TIL SRINIVASA S. R. VARADHAN



Det Norske Videnskaps-akademi har besluttet å tildele Abelprisen for 2007 til **Srinivasa. S. R. Varadhan**, Courant Institute of Mathematical Sciences, New York "*for hans grunnleggende bidrag til sannsynlighetsteori og særlig for å ha skapt en enhetlig teori for store avvik.*" Prisen er på 6 millioner norske kroner og vil bli delt ut av Hans Majestet Kong Harald under en seremoni i Universitetets aula, 22. mai 2007.

INFOMAT kommer ut med 11 nummer i året og gis ut av Norsk Matematisk Forening. Deadline for neste utgave er alltid den 10. i neste måned. Stoff til INFOMAT sendes til

infomat at math.ntnu.no

Foreningen har hjemmeside <http://www.matematikkforeningen.no/INFOMAT>
Ansvarlig redaktør er Arne B. Sletsjøe, Universitetet i Oslo.

NYTT FRA INSTITUTTENE

Nye doktorgrader:

Knut Waagan disputerte for Ph.D-graden 5. mars

2007. Avhandlingens tittel var *Numerical methods for first order hyperbolic evolution equations.*



UNIVERSITETET
I OSLO

Paul Carlisle Kettler disputerte for Ph.D-graden 16. mars 2007. Avhandlingens tittel var *Investigations into dependency between financial Levy processes using copula methods.*

Nye doktorgrader:

Tomas Torsvik disputerte for Ph.D-graden 23. februar 2007. Avhandlingens tittel var *Long Wave Models with Application to High Speed Vessels in Shallow Water.*



Nyansettelser:

Guttorm Alendal er tilsatt som førsteamanuensis fra 1. februar 2007.

Gjester:

Osamu Iyama, Nagoya University er gjest ved instituttet.



Matematisk kalender

2007

Mars:

22. Offentliggjøring av årets Abelprisvinner, Oslo

22. Generalforsamling, Norsk Matematisk Forening, Trondheim

Mai:

10.-12. Perspectives in Auslander-Reiten Theory, Trondheim

22. Abelpris-utdeling, Oslo

23. Abelforedragene, Oslo

Juni:

10.-11. Topologisymposium, Bergen

18.-22. Forskerkurs i kodeteori, Nordfjordeid

25.-1/7. Innovations in Mathematical Finance, Loen

August:

5.-10. Abelsymposiet, algebraisk topologi, Oslo

12.-17. Geometry and algebra of PDFs, Tromsø

22.-26. Multivariate Approximation and Interpolation with Applications, Ålesund

Oktober:

19.-20. 2nd Nordic Optimization Symposium, CMA, Oslo.

2008

Januar:

Ski og matematikk, Rondane

Juni:

18.-21. Abelsymposiet, Differential Equations: Geometry, Symmetry and Integrability, Tromsø

Juli:

14.-18. 5th European Mathematical Congress, Amsterdam

2009

Juni:

8.-11. Britisk-Nordisk Matematikerkonferanse, Oslo

PERSPECTIVES IN AUSLANDER-REITEN THEORY

Trondheim, 10.-12. mai, 2007

Konferanse i forbindelse med Idun Reitens 65-årsdag. Inviterte foredragsholdere:

Luchezar L. Avramov

(Lincoln), **Lidia Angeleri-Hügel**

(Varese), **Karin Erdmann**

(Oxford), **Edward L. Green**

(Blacksburg), **Dieter Happel**

(Chemnitz), **Osamu Iyama**

(Nagoya), **Helmut Lenzing**

(Paderborn), **Robert Marsh**

(Leeds), **Volodymyr Mazorchuk**

(Uppsala), **Markus Reineke**

(Wuppertal), **Claus M. Ringel**

(Bielefeld), **Karsten Schmidt**

(Paderborn), **Jan Schröer**

(Bonn), **Hugh Thomas**

(New Brunswick), **Andrei Zelevinsky**

(Boston).

For mer informasjon, se <http://www.math.ntnu.no/mat/alg/Idun2007/>



KUNNGJØRINGER/ARRANGEMENTER

TOPOLOGI SYMPOSIUM Bergen, 10.-11. juni 2007

I regi av Forskningsrådsprosjektet *Topology in Norway* vil det bli holdt et symposium i Bergen, 11.-12. juni 2007.

Mer informasjon er tilgjengelig på nettsiden <http://www.mi.uib.no/~dundas/symp/info07.html>

FORSKERKURS I KODETEORI Nordfjordeid, 18.-22. juni 2007

Årets forskerkurs ved Sophus Liesenteret i Nordfjordeid tar for seg kodeteori. Foredragsholdere er **Iwan Duursma**, Illinois, **Amin Shokrohalli**, Lausanne og **Judy Walker**, Nebraska. Det blir tre forelesningsrekker og intense øvelses-sesjoner. Faglig innhold:

Introduction to coding theory, expander codes, tornado codes, density evolution, convolutional codes, fountain codes, algebra-geometric codes and LDPC codes. There will be a particular emphasis on connections between coding theory and other areas of mathematics.

Frist for registrering er 1. mai 2007. Mer opplysninger tilgjengelig hos Ragnar E. Pettersen (ragnarep@math.uio.no).

INNOVATIONS IN MATHEMATICAL FINANCE, Loen, 25. juni - 1. juli 2007

Faglig innhold:

The intention of the workshop is to focus on new and untraditional mathematical ideas and methods within the mathematical finance research. Subjects that may be discussed include (but are not limited to)

- non-semimartingale models (including fractional Brownian motion)
- nonstandard stochastic analysis and hyper-finance
- new models for risk measures and related topics

For mer informasjon, kontakt CMA ved UiO.



ABELSYMPOSIET 2007: ALGEBRAISK TOPOLOGI, Oslo, 5.-10. august 2007

Symposiet vil spesielt vektlegge samspillet mellom

- *Algebraic K-theory and motivic homotopy theory*
- *Structured ring spectra and homotopical algebraic geometry*
- *Elliptic objects and quantum field theory*

Mer informasjon på websiden til Norsk Matematisk Forening. (www.matematikkforeningen.no)

GEOMETRY AND ALGEBRA OF PDEs, Tromsø, 12.-17. august 2007

This meeting aims to discuss recent advances in the area of differential equations and relative areas of geometry and algebra. Topics of the Workshop are the following:

- Geometric methods of investigations of PDEs and establishing exact solutions;
 - Compatibility, solvability and integrability of determined and overdetermined systems of PDEs;
 - Algebraic technique for non-linear differential operators and infinitely prolonged equations;
 - Symbolic methods and algorithms for solving/reducing differential equations;
 - Differential equations approach to study geometric structures and equivalence problem;
 - Applications to mathematical physics and numerical methods;
 - Quantization of PDEs and entropy principles. (<http://www.math.uit.no/pdes2007/index.html>)
-

MULTIVARIATE APPROXIMATION AND INTERPOLATION WITH APPLICATIONS, Ålesund 22.-26. august 2007

Det foreligger ennå ikke noe særlig informasjon om konferansen, følg med på nettsiden:

<http://www.cma.uio.no/conferences/2007/maia2007.html>

NOTISER

ABELSTIPEND FOR 2007/2008

Styret for Niels Henrik Abels minnefond har gitt Norsk matematisk forening i oppgave å forestå utdeling av årlige Abelstipend til studenter som er opptatt i masterprogram i matematiske fag ved norske læresteder. Abelstipendene har som formål å stimulere lovende studenter til videre studier og forskning i matematiske fag.

Søknadsfrist for studieåret 2007/2008 er 15. april. Send søknaden til Norsk Matematisk forening, Institutt for matematiske fag, NTNU, 7491 Trondheim, og/eller gjerne elektronisk til Inger.Seehuus@math.ntnu.no. Merk eventuell konvolutt med "Abelstipend". Søkerne oppfordres til å søke elektronisk.

Det søkes om midler for studieåret 2007/2008. Månedlige maksimalbeløp for denne søknadsrunden er kr. 20.000,- for den første måneden og kr. 10.000,- for hver av de påfølgende månedene. Se <http://www.matematikkforeningen.no/abelstipend/> for informasjon og retningslinjer for søknader.

ABELKONKURRANSEN 2006–2007, RESULTATER

1 Jørgen Vold Rennemo, Lilleh.	39
2 Yi Luo, Bryne	26
3 Unn-Margareth Pedersen Hammerf25	
4 Thomas Berge Grythe, Moss	23
5 Felix T. Prinz, Grimstad	22
6 Vidar Klungre Sandane	21
7 Arthur Mårtensson, Oslo	20
8 Espen Arild Jensen, Tr.heim	19
8 Stein Melvær Nornes, Sogndal	19
10 Erik Johan Mesøy, Oslo	18
11 Tianjiao Yan, Sola	17
12 Erik Bakken, Eidsvoll	16
12 Olav Røthe Bakken, Bergen	16



Bokmål

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse 2006–2007

Finale 8. mars 2007

Abelkonkurransens finale består av 4 oppgaver (8 punkter) som skal løses i løpet av 4 timer. Svarene skal begrunnes og føres på egne ark. Begynn på nytt ark for hver oppgave.

Du får opptil 10 poeng på hver oppgave. Det gir en poengsum mellom 0 og 40. Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir, skriveredskaper og tospråklige ordbøker er tillatt.

Oppgave 1

Tverrsummen av et positivt heltall er summen av sifrene i tallet (for eksempel er tverrsummen av 2007 lik 9, da $2 + 0 + 0 + 7 = 9$).

- (a) Hvor mange heltall n , der $0 < n < 100\,000$, har tverrsum som er et partall?
- (b) Hvor mange heltall n , der $0 < n < 100\,000$, har tverrsum som er mindre enn eller lik 22?

Oppgave 2

Hjørnene i en konveks femkant $ABCDE$ ligger på en sirkel γ_1 . Diagonalene AC , CE , EB , BD og DA tangerer en annen sirkel γ_2 med samme sentrum som γ_1 .

- (a) Vis at alle vinklene er like store og alle kantene like lange i femkanten $ABCDE$.
- (b) Hva er forholdet mellom radiene til sirklene γ_1 og γ_2 ? (Bare hele tall, de fire regneartene og rotutdraging skal inngå i svaret.)

Oppgave 3

(a) La x og y være to positive heltall som er slik at $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ er et helt tall. Vis at \sqrt{x} og \sqrt{y} begge er hele tall.

- (b) Finn alle positive heltall x og y som er slik at $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2007}$.

Oppgave 4

La a , b og c være hele tall som er slik at $a + b + c = 0$.

- (a) Vis at $a^4 + b^4 + c^4$ er delelig med $a^2 + b^2 + c^2$.
- (b) Vis at $a^{100} + b^{100} + c^{100}$ er delelig med $a^2 + b^2 + c^2$.

Oppgavene i årets Abelfinale i Trondheim, 8. mars.

NORSK MATEMATISK FORENING

GENERALFORSAMLING I NORSK MATEMATISK FORENING

Det innkalles til generalforsamling i Norsk Matematisk Forening,

Torsdag 22. mars 2007, kl. 1900 på NTNU

Saker:

1. Godkjenning av innkallingen
 2. Valg av møteleder og referent
 3. Godkjenning av årsberetning
 4. Godkjenning av regnskap
 5. Fastsettelse av kontingenter
 6. Lovendring
 7. Valg
- Eventuelt

Sakspapirer finnes på foreningens hjemmeside (www.matematikkforeningen.no)

Det vil bli enkel servering (sandwicher, øl/mineralvann).



ÅRSBERETNING FOR PERIODEN MARS 2006 TIL MARS 2007, NMF

Styret:

Styret har siden forrige årsmøte bestått av:

Kristian Seip, leder

Audun Holme, nestleder

Øyvind Solberg, sekretær/kasserer

Arne B. Sletsjøe, redaktør INFOMAT

Brynjulf Owren

Bjørn Ian Dundas

Christian Skau

Vara: **Erik Bédos**, **Kari Hag**.

Revisor har vært **Magnus B. Landstad**.

Styret har fattet sine beslutninger ved at saker har sirkulert pr. epost.

Medlemmer:

Livsvarige medlemmer 01.01.2006: 256

Livsvarige medlemmer 31.12.2006: 262

Ettårige medlemmer i 2006: 8

Det var i 2006 ingen betalende institusjonsmedlemmer.

Abels verker:

Solgt à kr 5000 40

Solgt à kr 2500 (æresdoktorer 2002) 10

Til Matematisk institutt, UiO 15

Gave til Aarhus 2004 1

Rest 134

Totalt 200

Det vil si at det er solgt ett eksemplar siden forrige generalforsamling. I tillegg har Matematisk institutt UiO overtatt ytterligere 5 eksemplarer, slik at inntekten av salget av de gjenværende 134 eksemplarer tilfaller foreningen. Det representerer et inntektspotensial på kr. 667.000,- Abels samlede verker markedsføres nå på Abelprisens hjemmeside.

Abelsymposiene

En separat årsrapport for Abelsymposiet ble vedtatt av styret 26. februar 2007 og er oversendt Abel-styret. Det følgende er en kortversjon av denne rapporten. Det henvises også til Abelsymposiets hjemmeside: www.abelsymposium.no.

Det tredje Abelsymposiet: *Mathematics and Computation, a Contemporary View* ble avholdt ved Radisson SAS Hotel Ålesund 25-27 mai, 2006. For nærmere detaljer om vitenskapelig program viser vi til symposiets hjemmeside <http://abelsymposium.no/symp2006.php>. Titler, og i noen tilfeller sammendrag fra foredragene er lagt ut på denne siden. Symposiet er også omtalt i desembernummeret 2006 av SIAM News. Arbeidet med proceedings er i gang, det er kommet inn 7 bidrag, og det arbeides for å få inn flere slik at man kan slutføre proceedings før neste abelsymposium. For 15 av foredragene er foilene samlet inn elektronisk. Alle foredrag er filmet med videokamera, med formålet å bevare inntrykket av foredragsholderne for fremtiden.

Proceedings fra det første Abelsymposiet, *Operator Algebras*, som ble avholdt i 2004, er nå publisert, mens proceedings fra det andre symposiet, *Stochastic Analysis and Applications*, som ble avholdt i 2005, vil være i handelen i mai 2007. For detaljer

NORSK MATEMATISK FORENING

vises til Springer Verlags hjemmeside for denne nye serien.

Abelsymposiet for 2007 *Algebraic Topolog* ved **Nils Baas** (NTNU), **Bjørn Dundas** (UiB), **Bjørn Jahren** (UiO) og **John Rognes** (UiO), som vil gå av stabelen i Oslo 5.-10. august.

Til fristen 15. september 2006 for Abelsymposiet 2008 fikk vi to presøknader. Foreningen inviterte søkerne bak *Differential Equations: Geometry, Symmetry and Integrability* - **Valentin Lychagin** (UiT), **Eldar Straume** (NTNU), **Boris Kruglikov** (UiT) – til å levere en fullstendig søknad innen neste frist 15. november. På bakgrunn av den fullstendige søknaden, som er vedlagt denne rapport, vedtok foreningen å tildele Abelsymposiet for 2008 til prosjektet *Differential Equations: Geometry, Symmetry and Integrability*. Symposiet vil bli avholdt i Tromsø 18.-21. juni 2008.

Foreningen er tilfreds med kvaliteten på symposiet for 2008, men hadde gjerne sett at det var flere søknader. Det er mange gode miljøer som ennå ikke har søkt om Abelsymposium, og en bør derfor kunne forvente et fortsatt høyt nivå de nærmeste årene. Foreningen må fortsatt arbeide med å bevisstgjøre det norske matematikkmiljøet om den enestående muligheten ordningen med Abelsymposiene gir for internasjonal profilering. Nedenfor er angitt et regnskap for 2006.

Regnskap for Abelsymposiumet for 2006

Hotellutgifter, deltakere	231 113
Reiseutgifter, deltakere	201 089
Totale utgifter	432 202
Adm./tekn. kostnader NMF	64 830
Tekniske utgifter	9 993
Totale utgifter	507 025

Det fremgår av regnskapene at foreningen nå har brukt kr. 1.203.322,-, mens bevilgningen fra Abelfondet for disse tre år var på til sammen kr. 1.200.000,-. Vi er dermed praktisk talt i balanse. Den økonomiske rammen for Abelsymposiet 2007 er på kr. 500.000,-, og rammen for symposiet 2008 er på kr. 475.000,-. Vi antar det er realistisk å regne med en årlig bevilgning fra Abelfondet på kr. 500.000,-, hvilket vil fordre visse kutt i kostnadene for symposiene i 2007 og 2008. Foreningen har søkt Niels Henrik Abels minnefond om kr. 500.000,- til Abelsymposiene i 2007.

Abelstipendene

Styret for Niels Henrik Abels minnefond vedtok i 2005 å dele ut Abel-stipend til studenter som er opptatt i et masterprogram i matematiske fag ved norske læresteder med oppstart i 2005. Norsk matematisk forening fikk i oppgave å forestå utdeling av disse stipendene. For detaljer om dette vises til foreningens hjemmesider. Abel-stipend for 2007 ble utlyst med søknadsfrist 15. oktober 2006. Til denne søknadsfristen meldte det seg 3 mannlige søkere. Foreningen anser det som viktig at kravene er høye for tildeling av Abelstipend og fant bare å kunne å tildele ett Abelstipend (**Geir Birkedal**). Foreningen vedtok deretter å ha en ekstrautlysningen av Abelstipend med søknadsfrist 10. november. Det meldte seg to mannlige søkere, hvorav en ble tildelt stipend (**Sigurd T. Seteklev**). Det totale regnskapet for Abelstipendet for 2006 er som følger:

Geir Birkedal	40.000,-
Sigurd T. Seteklev	50.000,-
Administrative kostnader	9.000,-
Totalt	99.000,-

Foreningen har søkt Niels Henrik Abels minnefond om kr. 100.000,- til Abelstipendet for 2007.

EMS

Helge Holden er visepresident for EMS.

Det var i 2006 19 norske EMS-medlemmer.

Nordisk samarbeid

Det ble avholdt et møte med mellom lederne for de nordiske matematiske foreninger på Blindern 23. mai. Tilstede var **Johan P. Hansen** (Dansk matematisk forening), **Olle Häggström** (Svenska matematikersamfundet), **Mats Gyllenberg** (Finlands matematiska förening), **Kristian Seip** (Norsk matematisk forening). Det foreligger et referat fra møtet. Følgende saker ble diskutert: NORMATs situasjon, Mathematica Scandinavica, Britisk-nordisk kongress, Oslo, 8.-11. juni 2009, Det var enighet om at foreningenes ledere gjerne kan møtes årlig i forbindelse med utdeling av Abelprisen, for – etter behov – å drøfte og fatte vedtak om felles prosjekter.

NORSK MATEMATISK FORENING

Tidsskrifter

Audun Holme (UiB) har nå fratrudd som ansvarshavende redaktør. Hans etterfølger er **Ulf Persson** fra Chalmers. De nordiske foreningene og Institut Mittag-Leffler har fornyet sin avtale med Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) om utgivelse av *Normat*. Avtalen gjelder for perioden 2007-2009, og den sikrer drift av tidsskriftet i denne perioden.

Bjørn Dundas er fra 1. januar 2007 ny norsk redaktør i *Mathematica Scandinavica*. Han etterfølger **Magnus B. Landstad**, og hans virketid er 4 år.

Arne B. Sletsjøe er INFOMAT-redaktør. **Nils Voje Johansen** og **Hege Kaarstein** ved UiO er også blitt knyttet til redaksjonen.

Nordisk matematikkongress i 2009

Den neste nordiske kongressen skal finne sted i Oslo 8.-11. juni 2009, i samarbeid med London Mathematical Society og Edinburgh Mathematical Society. For detaljer vises til kongressens hjemmeside: <http://www.math.uio.no/2009/>

Ski og matematikk

Ski og matematikk ble i 2007 arrangert på Rondablikk 4.-7. januar. Ansvarlig fagperson var **Dag Normann**. For nærmere detaljer, se hjemmesiden for Ski og matematikk: <http://www.math.uio.no/~dnormann/skiogmatematikk2007.html> **Christian Skau** har påtatt seg ansvaret for arrangementet i 2008.

Abelkonkurransen

Niels Henrik Abels matematikkonkurranse, eller Abelkonkurransen, er en matematikk-konkurranse for elever i videregående skole. Konkurransen arrangeres av Norsk matematisk forening, og det praktiske arbeidet i forbindelse med konkurransen ble i skoleåret 2005–2006 gjort av et utvalg nedsett av Norsk matematisk forening i samarbeid med Institutt for matematiske fag, NTNU. Utvalget bestod av **Øyvind Bakke** (leder), **Håvard Berland**, **Harald Hanche-Olsen**, **Torbjørn Helvik**, **Eugenia Malinnikova** (faglig ansvarlig) og **Christian Skau**. I tillegg deltok de to studentassistentene **Jørgen Avdal** og **Eirik Dischler**.

I 2005–2006 deltok 3940 elever fra 205 skoler i Abelkonkurransens første runde, mens 372 elev-

er fra 132 skoler var kvalifisert for og deltok i andre runde. Både første og andre runde blir avholdt ved skolene. På bakgrunn av resultatene fra de innledende rundene ble 21 elever invitert til finalen, som ble avholdt 9. mars 2006 ved NTNU. De seks beste ble **Jørgen Vold Rennemo** (Lillehammer videregående skole, 40 av 40 poeng), **Aslanbek Sjamsutdinov** (Atlanten videregående skole, Kristiansund, 26 poeng), **Atle Rygg Årdal** (Firda videregående skule, Sandane, 25 poeng), **Vidar Klungre** (Firda videregående skule, Sandane, 24 poeng), **Knut Rand** (Oslo katedralskole, 20 poeng) og **Espen Arild Jenssen** (Trondheim katedralskole, 16 poeng).

Disse seks utgjorde også Norges lag i Den internasjonale matematikkolympiaden (IMO). De tre første fra Abelkonkurransen var automatisk kvalifisert, mens de tre siste ble plukket ut på bakgrunn av en samlet vurdering av resultatene i Abelkonkurransen og Den nordiske matematikkonkurransen. Det norske laget kom på 66.-plass av 90 deltakende nasjoner. **Jørgen Vold Rennemo** fikk bronsemedalje (var blant den beste halvparten av deltakerne), mens **Vidar Klungre** og **Atle Rygg Årdal** fikk hederlig omtale ("honorable mention") for å ha løst en oppgave helt korrekt.

For mer informasjon, også om Baltic Way 2005 og Den nordiske matematikkonkurransen 2005, vises til årsmeldingen for Abelkonkurransen. Se også hjemmesiden til konkurransen, <http://www.abelkonkurransen.no>.

Trondheim, 12. mars 2007

Kristian Seip



ABELPRISEN 2007

KOMITÉENS BEGRUNNELSE



Det Norske Videnskaps-Akademi har besluttet å tildele Abelprisen 2007 til Srinivasa S. R. Varadhan, Courant Institute of Mathematical Sciences, New York for hans grunnleggende bidrag til sannsynlighetsteori og

særlig for å ha skapt en enhetlig teori for store avvik.

Sannsynlighetsteori er det matematiske verktøyet som benyttes for å analysere situasjoner der tilfeldighetene rå. De store talls lov som ble oppdaget av Jakob Bernoulli på 1700-tallet, viser at gjennomsnittsutfallet av en lang rekke myntkast vanligvis ligger nær forventningsverdien. Likevel kan det uventede skje, og spørsmålet er da: hvordan? Teorien for store avvik behandler de tilfellene da det oppstår sjeldne hendelser. Dette emnet kan brukes konkret innen så forskjellige felt som fysikk, biologi, økonomi, statistikk, informatikk og ingeniørvitenskap.

De store talls lov sier at sannsynligheten for at et avvik skal overskride et gitt nivå, går mot null. I praktisk bruk er det imidlertid helt avgjørende å vite hvor raskt sannsynligheten går mot null. Hvor store kapitalreserver trenger et forsikringselskap for å holde sannsynligheten for konkurs under et akseptabelt nivå? Da Harald Cramér analyserte slike forsikringsmatematiske “konkursproblemer” i 1937, oppdaget han at standard approksimasjoner basert på sentralgrenseteoremet (slik det synliggjøres i normalfordelingskurven) faktisk er villedende. Deretter fant han de første nøyaktige estimatene for store avvik for en rekke uavhengige stokastiske variable. Det gikk 30 år før Varadhan oppdaget de generelle prinsippene som lå til grunn, og begynte å vise den enorme rekkevidden de hadde, som gikk langt ut over den klassiske rammen for uavhengige forsøk.

I den grensesprengende artikkelen “Asymptotic probabilities and differential equations” i 1966 og i den overraskende løsning han hadde på polaronproblemet i euklidisk kvantefeltteori i 1969, begynte Varadhan å utforme en generell teori for store avvik som langt overgikk en kvantitativ forbed-

ring av konvergensrater. Teorien behandler et grunnleggende spørsmål: Hvordan oppfører et stokastisk system seg kvalitativt dersom det avviker fra den ergodiske oppførselen som en eller annen versjon av de store talls lov forutsier, eller dersom det oppstår som en liten perturbasjon i et deterministisk system? Nøkkelen til svaret er et kraftig variasjonsprinsipp som beskriver oppførselen som ikke er forventet, uttrykt som en ny stokastisk modell som reduserer en passende entropiavstand til det opprinnelige sannsynlighetssmålet. I en serie artikler sammen med Monroe D. Donsker der de undersøkte hierarkiet av store avvik i forbindelse med Markovprosesser, viste Varadhan hvor relevant og kraftig denne nye metoden er. Et interessant bruksområde er løsningen deres på en av Mark Kacs formodninger om langtids asymptotisk oppførsel for tubulære omegner om browniske bevegelser, den såkalte “Wieners pølse” (oppkalt etter den amerikanske matematikeren Norbert Wiener).

Med Varadhans teori for store avvik har vi fått en samlende og effektiv metode for å forstå en mengde ulike fenomener som kan oppstå i komplekse stokastiske systemer, på områder så forskjellige som kvantefeltteori, statistisk fysikk, populasjonsdynamikk, økonometri og finansvitenskap, og trafikkteknikk. Den har også i mye større grad enn tidligere gjort oss i stand til å bruke datamaskiner for å simulere og analysere hvordan sjeldne hendelser oppstår. I løpet av de siste fire tiår har teorien for store avvik blitt en hjørnestein innen moderne sannsynlighetsteori, både ren og anvendt.

Varadhan har kommet med viktige bidrag innen flere andre områder av sannsynlighetsteori. Sammen med Daniel W. Stroock utviklet han en martingal-metode for å beskrive diffusjonsprosesser, som for eksempel løsninger på stokastiske differensialligninger. Det viste seg at det med denne nye metoden lot seg gjøre å konstruere nye Markovprosesser på en svært effektiv måte, for eksempel uendeligdimensjonale diffusjoner som oppstår innen populasjonsgenetikk.

Et annet viktig tema er analysen av hydrodynamiske grenseverdier som beskriver hvordan svært store systemer av partikler som innvirker på hverandre, oppfører seg makroskopisk. Det første gjennombruddet kom da han samarbeidet med

ABELPRISEN 2007

Maozheng Guo og George C. Papanicolaou om gradientmodeller. Varadhan gikk enda videre ved å vise hvordan en kunne behandle ikke-gradientmodeller, noe som førte til at teorien fikk et mye større virkeområde. Ideene hans hadde også stor innflytelse på analysen av virrevandring i stokastiske omgivelser. Navnet hans er nå knyttet til metoden for å “betrakte omgivelsene fra partikkelen som er i bevegelse”, ett av de få generelle verktøyene på området.

Varadhans arbeid har stor begrepsmessig kraft og en tidløs skjønnhet. Ideene hans har hatt stor innflytelse og vil i lang tid fortsette å stimulere til videre forskning.

COURANT INSTITUTE OF MATHEMATICAL SCIENCES, NEW YORK

Courant-instituttet i New York er et av verdens ledende institutter innen anvendt matematikk. Det er oppkalt etter grunnleggeren Richard Courant og har gjennom årene trukket til seg en mengde store talenter. Instituttet har fostret to Abelprisvinnere, Peter D. Lax i 2005 og S. R. Srinivasa Varadhan i 2007.



Richard Courant (1888-1972) var opprinnelig tysk, født i Lublinitz (i dag Polen). Han har sin doktorgrad fra Göttingen hvor han i en periode også var David Hilberts assistent. Under første verdenskrig tjenestegjorde han som tysk soldat, ble såret og dimmitert og kunne

dermed fortsatte sin matematiske forskning. I perioden 1928-33 var han direktør for det matematiske instituttet ved universitetet i Münster, et institutt han selv hadde grunnlagt.

Med sin jødiske bakgrunn fikk Courant etter hvert problemer med nazistene, men hans bakgrunn som frontsoldat gjorde at han enn så lenge fikk beholde sin stilling ved universitetet. Imidlertid var Courant også aktiv på venstresiden i det so-

sialdemokratiske partiet og dermed rant begeret over for nazistene.

I 1933 måtte Courant forlate Tyskland. Året etter kom han til New York University som gjesteprofessor og etter kort tid ble han spurt om å ta ansvar for å bygge opp et matematisk institutt ved The Graduate School of Arts and Sciences. Han fikk med seg to kolleger, Kurt O. Friedrichs og James J. Stoker, og sammen la de grunnlaget for en av de store suksesser i det 20. århundres anvendte matematikkhistorie. I etterkrigstiden bygde de under Courants ledelse opp et institutt som stadig ekspanderte og tok opp i seg nye fagområder, først innenfor mekanikk og matematisk fysikk, etter hvert også innenfor numeriske beregninger og informatikk. Instituttet har i hele sin funksjonstid vært innrettet mot anvendt matematikk.

Etter at Richard Courant ga seg som direktør i 1958 har instituttet hatt en rekke dyktige ledere, deriblant Abelprisvinnerne Peter D. Lax og Srinivasa S. R. Varadhan. I dag er Leslie Greengard direktør for instituttet.

FELLESARBEID MED NORSK MATEMATIKER

Varadhan har publisert et arbeid sammen med en norsk matematiker, det gjelder artikkelen “Finite approximations to quantum systems”, som sto i Rev. Math. Phys. i oktober 1994. Arbeidet var et fellesarbeid med Trond Digernes, NTNU og V. S. Varadarajan, UCLA.



Fra introduksjonen til artikkelen henter vi: *I sine studier på 1960-tallet av grunnlaget for kvantemekanikken betraktet Julian Schwinger kvantesystemer i endelig-dimensjonale rom som approksimasjoner av kvantesystemer i uendelig-dimensjonale rom. For eksempel for å forstå bevegelsen til en enslig partikkel i et en-dimensjonalt rom*

Schwinger analyserte ikke denne approksimasjonen i detalj

I denne artikkelen behandler vi dette problemet

ABELPRISEN 2007

MATEMATISK STAMTAVLE

S. R. S. Varadhan fikk sin doktorgrad i Calcutta i 1963, under veiledning av Rao. Via "det matematiske genealogiprojektet" kan vi spore Varadhans matematiske aner bakover i tid. "Anetavlen" hans ser slik ut:

S. R. S. Varadhan Ph.D. Indian Statistical Institute, Calcutta 1963

C. R. Rao Ph.D. University of Cambridge 1948

Ronald Aylmer Fisher D.Sc. University of Cambridge 1926

Sir James Hopwood Jeans Ph.D. University of Cambridge 1904?

Edmund Taylor Whittaker Ph.D. University of Cambridge 1895

George Howard Darwin og Andrew Russell Forsyth Ph.D. University of Cambridge 1881

Arthur Cayley Ph.D. / Ph.D. / Dr Sc. University of Oxford / University College Dublin / Université de Leyde 1864/1865/1875

Av forfedrene til Varadhan finner vi de to herrene George Howard Darwin og Andrew Russell Forsyth. I forbindelse med 100-års jubileet for Abels fødsel i 1902 ble det for første gang kreert æresdoktorer ved Universitetet i Oslo. Blant disse finner vi både Forsyth og Darwin. Darwin er forøvrig biologisk sønn av den kanskje mer berømte Charles Darwin, evolusjonsteoriens far.

TEORIEN FOR STORE AVVIK

Store avvik ble først studert av Cramér i 1937 og videreutviklet av Varadhan. Komitéen refererer spesielt til Varadhans arbeid fra 1966 der dette temaet er sentralt.



Den svenske matematikeren Harald Cramér (1893-1985) jobbet på 1930-tallet som konsulent for et forsikringsselskap, og dette arbeidet ledet han til de aller første resultatene innen teorien for store avvik. Sentralgrenseteoremet sier noe om oppførselen til en sannsynlighetsfordeling nær forventningsverdien. Men i forsikringsverdenen dukket stadig vekk spørsmålet om risikoen for sjeldne hendelser opp, hendelser i utkanten av den klokkeformede Gauss-kurven. Denne interessen ledet Cramér til følgende resultat:

Teorem La X_1, X_2, \dots , være en sekvens av begrensede, uavhengige og identisk fordelt stokastiske variable med felles forventningsverdi m , og la

$$M_n = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$$

være den empiriske middelveien. Da vil halen til sannsynlighetsfordelingen for M_n avta eksponensielt ved økende n med rate gitt ved en konveks funksjon $I(x)$, dvs. $P(M_n > x) \cong e^{-nI(x)}$.

Følgende eksempel gir en realistisk anvendelse av teorien for store avvik.

Vi tenker oss at et forsikringsselskap har en utbetaling hver dag, av varierende størrelse $X = X_t$ hvor t betegner en bestemt dag. Vi inkluderer faste kostnader og selskapets fortjeneste i denne størrelsen. Samtidig har selskapet en stabil inntekt fra sine kunder, vi setter denne til å være p hver dag. Siden størrelsen på utbetalingene varierer er det en viss mulighet for at i en gitt periode vil utbetalingene være større enn innbetalingene. Risikoen for at dette vil hende regelmessig er uunngåelig, men selskapet trenger å sikre seg at risikoen er håndterbar, dvs, ikke for stor.

Hvis vi antar at forsikringspremiene er korrekt fastsatt, så vil $E(X_i - p) = 0$, dvs. regnskapet går i balanse.

Vi tar for oss en tidsperiode $[0, T]$. Utbetalingen i denne perioden vil være $\sum_{t=1}^T (X_t)$, mens inntektene vil være pT . Spørsmålet selskapet adresserer er knyttet til sannsynligheten

$$P\left(\sum_{t=1}^T (X_t) > pT\right)$$

og Cramers teorem gir oss det rette estimatet, nemlig

$$P\left(\sum_{t=1}^T (X_t) > pT\right) \cong e^{-TI(p)}$$

for en konveks funksjon I . Vårt krav er at sannsynligheten for at vi taper penger i perioden $[0, T]$ er mindre enn en gitt størrelse, vi setter denne til å være e^{-r} for et stort positivt tall r . Kravet

$$P\left(\sum_{t=1}^T (X_t) > pT\right) < e^{-r}$$

gir oss ulikheten

$$I(p) > \frac{r}{T}$$

Funksjonen $I = I(x)$ er konveks og monotont voksende for x større enn middelveidien for X_t . Det betyr at vi kan finne en entydig løsning for premien p .

Hvis vi forenkler det hele og antar at X_t er normalfordelt med middelveidi m og varians σ^2 , så er funksjonen I kjent, gitt ved

$$I(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x - m}{\sigma} \right)^2$$

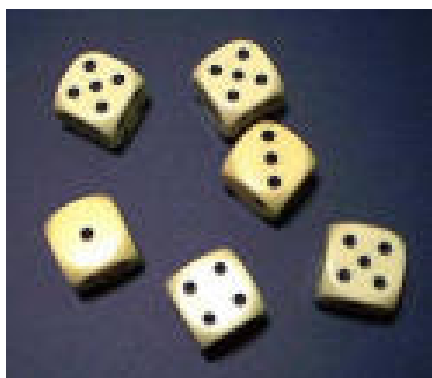
og vi kan skrive ut en eksplisitt løsning, gitt ved

$$p > m + \sigma \sqrt{\frac{2r}{T}}$$

Premien består av to deler, middelveidien for utbetalingene pluss et ledd for å dekke selskapets risiko ved sjeldne hendelser.

Sentralgrenseteoremet sier at for en sekvens av uavhengige stokastiske variable $\{X_j, j \geq 1\}$ med identisk sannsynlighetsfordeling, middelveidi μ og varians $\sigma^2 < \infty$, så vil gjennomsnittet av de n første, gitt ved $M_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ være tilnærmet normalfordelt med middelveidi μ og varians $\frac{\sigma^2}{n}$. Denne tilnærmingen gjelder kun for verdier av x , i mindre avstand fra middelveidien μ enn $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Så sentralgrenseteoremet tar seg av fluktasjoner nær middelveidien. Fluktasjoner som faller utenfor dette området kalles **store avvik**. De hender mye sjeldnere og teorien kalles derfor også for **teorien for sjeldne hendelser**.



CHEVALIER DE MERE OG SANNSYNLIGHETSTEORIENS FØDSEL

I middelalderen var terningspill en ettertraktet fritidssyssele – og yrkesprofesjon. Sjansene for å vinne slike spill var nært knyttet til evnen til å resonnerer logisk, noen ganger rett, andre ganger feil.

Historien forteller oss om en flamsk renessanseridder, Chevalier de Mere og hans skjebne som terningspiller. Rundt 1650 tapte han store summer fordi han feilberegnet sine sjanser til å vinne bestemte terningspill. Men Chevalieren var smartere enn som så. Han søkte hjelp hos dyktige matematikere, fikk rettet sine feil og ble berømt fordi i den samme prosessen ble sannsynlighetsteorien skapt.

Chevalier de Mere forsøkte seg blant annet på disse to spillene:

1. Slå en terning 4 ganger og vedd på at du får en sekser. Chevalieren anslo sin sjanse for å vinne til 2 av 3.

2. Slå to terninger 24 ganger og vedd på at du får en dobbel sekser. Igjen anslo han sine sjanser til 2 av 3.

Til sin store overraskelse tapte Chevalieren med glans. Han lette desperat etter en forklaring og i

fortdette neste side

ABELPRISEN 2007

fortsatt fra forrige side



sin nød kontaktet han en av datidens store tenkere, Blaise Pascal (1623-1662). Pascal kastet seg over problemet og fant fort Chevalierens feil.

Litt brevveksling med en annen stor tenker, Pierre de Fermat (1601-1665), og dermed hadde en helt ny matematisk teori tatt form.

Så hva er det riktige svaret på Chevalierens problem?

Å kaste en terning én gang gir oss nøyaktig seks muligheter. kaster vi den 4 ganger blir antall muligheter $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$. Av disse er det $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ som ikke inneholder noen seksere. Det betyr at sjansen for å vinne er $(1296-625)/1296 \approx 0,52$ og ikke 0,67. I det andre spillet er sannsynligheten for å vinne enda mindre, omtrent 0,49. Det er altså større sjanse for å tape enn for å vinne, noe Chevalier de Mere lærte "the hard way".



VIRREVANDRING I STOKASTISKE OMGIVELSER

Noen av Varadhans siste arbeider dreier seg om det som det som kalles virrevandring. Det er mulig å skrive opp en formell og rigorøs matematisk teori for dette feltet, men her skal vi kun nøye oss med et hverdagslig eksempel som beskriver det som matematikere er opptatt av når de snakker om "Virrevandring i stokastiske omgivelser".

Vi tenker oss at vi sitter oppe i et høyt hus inne i byen. Gata under oss er mørklagt med unntak av spredte gatelys som lyser opp hver sin lille flekk. En synlig beruset mann kommer gående, eller heller sjanglende. Vi ser han i lyset fra et gatelys, men så forsvinner han ut i mørket. Litt senere dukker han opp under et annet gatelys, for så å forsvinne igjen. Bevegelsene hans er nokså tilfeldige og fullstendig uten mål og mening.. På bordet foran oss har vi et kart over gatene vi ser nede i mørket, med gatelysene inntegnet som gule prikker. Vi prøver å trekke en linje gjennom de prikkene der vi observerer den sjanglende mannen. Det blir et kaotisk mønster. Vi har rett og slett tegnet en virrevandring.

Så hva med de stokastiske omgivelsene? I det første bildet var mannen alene på gata og hans bevegelser er systematiske i den forstand at hver gang han kommer til et bestemt gatelys er sannsynlighetsfordelingen i forhold til hvilken vei han går videre den samme fra gang til gang. Vi sier at omgivelsene er deterministiske. Nå kan vi forandre omgivelsene ved å introdusere andre objekter, f.eks. attraktive kvinner. Den berusede mannen vil nå ha en tendens til å trekke i retning av de kvinnene han ser. Imidlertid flytter disse kvinnene på seg hele tiden. Dermed vil ikke mannens sannsynlighetsfordeling være den samme når han kommer tilbake til et gatelys han har vært tidligere. For nå befinner de attraktive kvinnene seg et annet sted. Mannen har dermed trådt inn i stokastiske omgivelser.

Oppgave: Lag en matematisk teori som beskriver det vi her har presentert. (Trenger du hjelp, ta kontakt med S. R. S. Varadhan.)